Politechnika
Wrocławska

Matlab step by step

Wojciech Myszka

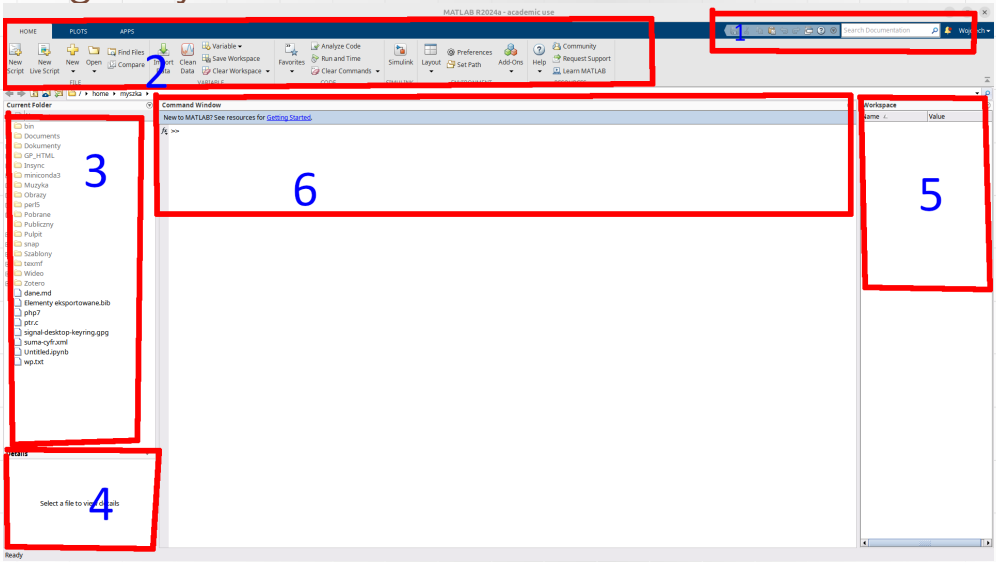
2024-10-10

HR EXCELLENCE IN RESEARCH

Politechnika Wrocławska

Widok ogólny

Ekran główny



Rysunek 1: image-20241010081637188

Politechnika Wrocławska

Omówienie

1. Help
2. Menu główne (składa się z trzech „warstw”)
   - 2.1 Menu główne związane z edycją, uruchamianiem, zapisywaniem kodu,...
   - 2.2 Menu wykresów pozwalające zmieniać ich wygląd
   - 2.3 Menu pozwalające doinstalowywać dodatkowe pakiety
3. Zawartość bieżącej kartoteki
4. Informacje o wybranym elemencie z kartoteki
5. Obszar zmiennych pozwalający na ich podglądanie i zmianę wartości
6. Obszar roboczy, gdzie wpisujemy polecenia

Politechnika Wrocławska

Polecenia MATLABa I

- Najprostszy tryb, to „tryb kalkulatora” — pozwala w trybie natychmiastowym wykonywać operacje.
- Po wpisaniu polecenie i naciśnięciu klawisza Enter pojawia się wynik, albo informacja o błędzie
- Znak % to znak komentarze — wszystko co po nim występuje jest ignorowane do końca linii (podobnie jak w C++ //)
- Przed naciśnięciem klawisza Enter można polecenie edytować używając klawiszy $\leftarrow$, $\rightarrow$, Del oraz dopisując treść

Polecenia MATLABa II

- Po naciśnięciu klawisza Enter polecenie jest wykonywane.

  Edytor daje dostęp do wcześniej wykonanych poleceń po naciśnięciu klawisza ↑; historię poleceń można przeglądać: ↑ przechodzi do poleceń wydanych wcześniej, a ↓ — do późniejszych.

  Polecenie wyświetla się na samym dole i możne je zmodyfikować zaczynając edycję (strzałki w lewo przenoszą na wybraną pozycję; można znaki wstawiać i kasować); klawisz Enter przekazuje polecenie do wykonania.

- Wynik polecenia wypisywany jest na ekranie i zapisywany do zmiuennej `ans`.

Politechnika Wrocławska

Polecenia MATLABa III

- W obliczeniach można korzystać ze zmiennych (trzeba wcześniej nadać im jakąś wartość);

  Wyniki obliczeń można zapisywać w zmiennych (do późniejszego wykorzystania)

  ```
  x=2+2
  ```

  wynik zostanie przypisany do zmiennej `x` i wyświetlony na ekranie
- Jeżeli na końcu polecenia umieścić średnik — wynik obliczeń nie pojawi się na ekranie.

Politechnika Wrocławska

Operatory I

- + (suma)
- − (różnica)
- ∗ (iloczyn)
- / (iloraz)
- \ „lewy” iloraz

```
>> 1/2
ans =
    0.5000
>> 1\2
ans =
     2
```

- ^ (potęga)

Operatory II

Lista operatorów jest ciut szersza, zajmiemy się tym później.

Operatory jako funkcje

Każdy z operatorów ma swój funkcyjny odpowiednik; zamiast pisać `a + b` można napisać `plus(a, b)`

Politechnika Wrocławska

Funkcje I

W obliczeniach można korzystać z bardzo szerokiego zestawu funkcji:

- wykładnicze i logarytmiczne

  `exp(x)`, `log(x)`, `log10(x)`, `sqrt(x)`

- trygonometryczne i ich odwrotności

  `cos(x)`, `cot(x)`, `sin(x)`, `tan(x)`,...

- hiperboliczne i ich odwrotności

  `cosh(x)`, `sinh(x)`, `tanh(x)`, `coth(x)`,...

- liczb zespolonych

  `abs(x)`, `angle(x)`, `conj(x)`, `imag(x)`, `real(x)`

Politechnika Wrocławska

Funkcje II

- numeryczne
  - `ceil` — zaokrąglenie do najbliższej całkowitej w kierunku ∞
  - `fix` — zaokrąglenie w kierunku zera
  - `floor` — zaokrąglenie w kierunku $-\infty$
  - `sign` — funkcja signum

Nie sposób wymienić wszystkich!

Zmienne

Typ zespolony I

- O typach danych już wspominałem, nie mówiąc nic o liczbach zespolonych.
- Są naturalną częścią MATLABa

```
>> a=sqrt(-1)
a =
   0.0000 + 1.0000i
>> a^2
ans =
    -1
>> class(a)
ans =
    'double'
```

Symbolem `i` (lub `j`) oznacza się jednostkę zespoloną

Politechnika Wrocławska

Typ zespolony II

```
>> (1*j)^2 % ta jedynka nie jest potrzebna
ans =
    -1
```

Funkcja `complex(a,b)` tworzy liczbę zespoloną o wartości $a + ib$.

Zmienne proste I

Po „zadeklarowaniu” zmiennej poleceniem

```
a = 1;
```

a staje się zmienną skalarną;

Politechnika Wrocławska

Zmienne proste II

Odczyt wartości zmiennej

1. Sprawdzamy w *workspace*
2. wypisujemy nazwę zmiennej w linii:

```
>> a
a =
     1
```

3. Używamy polecenia `display()`

```
>> display(a)
a =
     1
```

Zmienne proste III

Format wyświetlania

Używany jest format `default`; do dyspozycji mamy:
`short`, `long`, `shortE`, `longE`, `shortG`, `longG`, `shortEng`, `longEng`, `bank`, `hex`, `rational`, `+`
W większości przypadków format `hex` nie będzie specjalnie przydatny.

Przygotowałem demonstrację, która pozwoli wizualizować sobie każdy z tych formatów.

Politechnika Wrocławska

Zmienne złożone I

- Nie ma czegoś takiego jak deklaracja tablicy.
- Nie ma wielkiej różnicy między zmienną skalarną, a tablicą:

```
>> a = 1
a =
     1
>> display(a);
a =
     1
>> display(a(1))
     1
>> display(a(1,1))
     1
```

Zmienne złożone II

```
>> display(a(1,1,1))
     1
```

- Tablica jednowymiarowa

```
>> a=[1 2 3]
a =
     1     2     3
>> a=[1,2,3]
a =
     1     2     3
>> a=[1;2;3]
a =
     1
     2
```

Zmienne złożone III

3

- Tablica dwuwymiarowa

```
>> a=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
a =
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

Rozmiar tablicy

- Ustalany jest na podstawie danych
- W szczególności zadziała coś takiego:

```
>> a(1)=1
a =
     1
>> a(2)=2
a =

     1     2
>> a(5)=5
a =
     1     2     0     0     5
```

- Jeżeli jednak znamy rozmiar danych lepiej zainicjować tablicę raz, na maksymalny rozmiar, używając jednego z niżej opisanych poleceń

Tworzenie tablic z „jakąś” zawartością I

- `ones` — Tablica wypełniona jedynkami
  - `ones(n)` — kwadratowa o rozmiarze n x n
  - `ones(n, m)` — prostokątna o rozmiarze n x m
  - ones(n, m, k) — o trzech wymiarach n x m x k

```
>> ones(2,2,2)
ans(:,:,1) =
     1     1
     1     1
ans(:,:,2) =
     1     1
     1     1
```

- `eye(n, m)` — tworzy tablicę o rozmiarach n x m z jedynkami na „głównej” przekątnej i zerami na pozostałych pozycjach

Tworzenie tablic z „jakąś” zawartością II

```
>> eye
ans =
     1
>> eye(2)
ans =
     1     0
     0     1
>> eye(3,4)
ans =
     1     0     0     0
     0     1     0     0
     0     0     1     0
>> eye(4,3)
ans =
```

Tworzenie tablic z „jakąś” zawartością III

```
1     0     0
0     1     0
0     0     1
0     0     0
```

- `zeros(n,m,k)` — tworzy tablicę o zadanych rozmiarach wypełnioną zerami
- `rand(n,m,k)` — tworzy tablicę o zadanych rozmiarach wypełnioną liczbami losowymi o rozkładzie jednostajnym z zakresu $(0, 1)$
- `randn` — generuje liczby losowe o rozkładzie normalnym

  Funkcja `rng()` pozwala zdefiniować parametry startowe generatora liczb pseudolosowych.
- `size()` informuje o rozmiarach tablicy

Tworzenie tablic z „jakąś” zawartością IV

```
>> a=rand(2,2,2,2);
>> size(a)
ans =
     2     2     2     2
```

Tworzenie tablic ze zmiennych I

- Jeżeli mamy kilka zmiennych o nazwach `var1`, `var2`,... `varn` o tej **samej liczbie wierszy** można z nich utworzyć tablicę poleceniem `table`

```
T=table(var1,...,varN)
```

- Można też preallokować pamięć poleceniem

```
T = table('Size',sz,'VariableTypes',varTypes)
```

  - `sz` to dwuelementowa tablica definiująca liczbę wierszy (`sz(1)`) i liczbę zmiennych (`sz(2)`)
  - `varTypes` to tablica definiująca typy zmiennych

Tworzenie tablic ze zmiennych II

```
>> T = table('Size',[50 3],...
'VariableTypes',{'string','double','datetime'})
T =
  50×3 table
      Var1          Var2     Var3
    _________      ____     ____
    <missing>       0       NaT
    <missing>       0       NaT
    <missing>       0       NaT
```

- W tak utworzonej tablicy każda z kolumn ma swoją nazwę i do tych danych możemy odwoływać się na różne sposoby

Tworzenie tablic ze zmiennych III

```
T.Var1      % całą kolumna pierwsza tablicy
T.Var2(3)   % trzeci element w drugiej kolumnie
T(3,2)      % to samo co wyżej
```

- Tworząc tablicę poleceniem table można poszczególnym „kolumnom” nadać nazwy; można to też zrobić już po utworzeniu tablicy

```
T = table(lat,lon,'VariableNames',["Latitude","Longitude"])
```

Politechnika Wrocławska

Operacje na tablicach

Obowiązuje „mieszanka” algebry liniowej i MATLABa.

- można dodawać tablice o tych samych rozmiarach
- można mnożyć tablice o **odpowiednich** rozmiarach
- mnożenie tablicy przez skalar — standardowo
- argumenty wszystkich (standardowych) funkcji mogą być tablicami.

Politechnika Wrocławska

„Uogólnione” operacje na tablicach I

Popatrzmy na coś takiego:

```
>> a=[1 2; 3 4]
a =
     1     2
     3     4
```

Co znaczy a^2?

Sprawdźmy

```
>> a^2
ans =
     7    10
    15    22
```

Politechnika Wrocławska

„Uogólnione” operacje na tablicach II

Najprawdopodobniej jest to wynik operacji `a * a` — macierzowe mnożenie.

```
b =
     3     4
```

Chcielibyśmy **każdy** z elementów tablicy podnieść do kwadratu.

`b^2` nie *zadziała* bo nie da się macierzy b pomnożyć przez macierz b — nie zgadzają się rozmiary.

Trzeba wymyślić dodatkowe operatory macierzowe

- `^` to potęgowanie macierzy
- `.^` to potęgowanie elementów macierzy
- `/` to operator „dzielenia” (A/B to prawie to samo, co $A * B^{-1}$)

„Uogólnione” operacje na tablicach III

Po dodaniu kropki do operatora wiele z nich traci znane z algebry znaczenie i wykonuje operację na **elementach tablicy**.

„Kompatybilne” rozmiary

Przy omawianiu „operatorów z kropką” pojawia się pojęcie kompatybilności rozmiarów gdy po obu stronach operatora są tablice

$$a = [a_1 a_2] \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b^3 \end{bmatrix} \quad a. \wedge b = \begin{bmatrix} a_1^{b_1} & a_2^{b_1} \\ a_1^{b_2} & a_2^{b_2} \\ a_1^{b_3} & a_2^{b_2} \end{bmatrix}$$

Dosyć to dziwne. Odsyłam do dokumentacji.

Operatory z kropką to `.*`, `./`, `.\`, `.^`, `.'`

„Uogólnione” operacje na tablicach IV

Ten ostatni symbol to symbol transpozycji macierzy. W przypadku gdy macierz jest zespolona oprócz transpozycji dokonywane jest operacja sprzężenia (zmiany znaku części urojonej)

```
>> a=[sqrt(-1) sqrt(-3)]
a =
   0.0000 + 1.0000i   0.0000 + 1.7321i
>> a'
ans =
   0.0000 - 1.0000i
   0.0000 - 1.7321i
>> a*a'
ans =
    4.0000
```

„Uogólnione” operacje na tablicach V

```
>> a.'
ans =
   0.0000 + 1.0000i
   0.0000 + 1.7321i
```

W przypadku użycia operatora `.'` wykonywana jest **tylko** transpozycja.

Dostęp do wiersza/kolumny macierzy I

Bardzo często trzeba z macierzy wyciągnąć jeden wiersz lub kolumnę. Pomaga w tym operator : użyty zamiast numeru kolumny/wiersza:

```
>> a=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]

a =

     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
>> a(:,1)
ans =
     1
     4
```

Dostęp do wiersza/kolumny macierzy II

```
     7
>> a(2,:)
ans =
     4     5     6
```

A jak z tablicy wyciągnąć pierwszy i trzeci wiersz?

```
>> a([1 3],:)
ans =
     1     2     3
     7     8     9
```

Można też tak:

Dostęp do wiersza/kolumny macierzy III

```
>> a(:,[3 2])
ans =
     3     2
     6     5
     9     8
```

zmieniliśmy kolejność kolumn.

Rozwiązywanie równań liniowych

Ogólnie I

1. Popatrzmy na takie równanie:

$$7 \cdot x = 21$$

Rozwiązanie jest proste: dzielimy obie strony przez 7 i dostajemy

$$x = \frac{21}{7} = 3$$

Ogólnie II

2. Aby rozwiązać równanie postaci

$$Ax = b$$

postępujemy analogicznie (mnożymy lewostronnie przez A^{-1})

$$A^{-1}Ax = A^{-1}b$$

$$x = A^{-1}b$$

3. Funkcja `inv()` służy do wyliczania macierzy odwrotnej.
4. Funkcja `det()` wyznacza wartość wyznacznika macierzy.

Ogólnie III

5. Przypominam nieoczywisty operator „lewego” dzielenia \:

```
>> 2\1
ans =
    0.5000
```

Można go zastosować i do tablic

$$A \setminus b$$

Żeby dostać rozwiązanie równania $Ax = b$.

Dla równania $7 \cdot x = 21$ będzie to tak

Ogólnie IV

```
>> x=7\21
x =
     3
```

6. Żeby rozwiązać równanie $xA = b$ użyjemy „zwykłego" operatora dzielenia: $x = b/A$, czyli dla równania $x \cdot 7 = 21$ będzie to tak

```
>> x=21/7
x =
     3
```

   Co w przypadku skalarnym wydaje się być *masłem maślanym*.

7. „Lewe" dzielenie (\) można zastąpić wywołaniem funkcji `mldivide()`, a prawe — `mrdivide()`.

Politechnika Wrocławska

Ogólnie V

Uwaga

Dokumentacja MATLABa podpowiada, żeby podczas rozwiązywania układów równań liniowych nie korzystać z funkcji `inv()` gdyż operatory dzielenia używają zoptymalizowanych algorytmów znakomicie sprawdzających się w tych właśnie przypadkach.

Politechnika Wrocławska

Wyznacznik różny od zera I

```
>> A=pascal(3);
>> b=[3;1;4];
>> x=A\b
x =
    10
   -12
     5
>> A*x-b
ans =
     0
     0
     0
```

Wyznacznik różny od zera II

(`pascal()` to funkcja generująca trójkąt Pascala)

Jeżeli teraz `b` będzie macierzą kwadratowa współczynników, czyli mamy zestaw układów równa o tej samej macierzy

```
>> b=magic(3);
>> X=A\b
X =
    19    -3    -1
   -17     4    13
     6     0    -6
>> A*X-b
ans =
     0     0     0
```

Wyznacznik różny od zera III

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Macierz osobliwa I

- Sytuacja jest trudniejsza i albo rozwiązanie nie istnieje albo jest niejednoznaczne.
- Funkcja `rank()` pozwala sprawdzić jaki jest rząd macierzy

```
>> A=[1 3 7; -1 4 4;1 10 18]
A =
     1     3     7
    -1     4     4
     1    10    18
>> rank(A)
ans =
     2
```

Macierz osobliwa II

- Możemy użyć funkcji `pinv()` aby wyliczyć macierz pseudo-odwrotną. Funkcja ta tworzy taką macierz aby albo znaleźć **jakieś** rozwiązanie dokładne, albo rozwiązanie najlepsze w sensie średniokwadratowym

```
>> b=[5;2;12];
>> x=pinv(A)*b
x =
    0.3850
   -0.1103
    0.7066
>> A*x-b
ans =
   1.0e-14 *
    0.0888
```

Macierz osobliwa III

```
   -0.7550
   -0.5329
```

W przypadku gdy nie istnieje rozwiązanie dokładne:

```
>> b=[3;6;0];
>> A*pinv(A)*b
ans =
   -1.0000
    4.0000
    2.0000
```

System nadokreślony

Czyli więcej równań niż niewiadomych

Demonstracja!

System niedookreślony

Czyli mniej równań niż niewiadomych

W takim przypadku nie ma jednoznacznego rozwiązania